



Aalborg Universitet

**AALBORG UNIVERSITY**  
DENMARK

## Bæreevnebestemmelse for centralt belastede søjler

Heshe, Gert

*Publication date:*  
1997

*Document Version*  
Tidlig version også kaldet pre-print

[Link to publication from Aalborg University](#)

*Citation for published version (APA):*

Heshe, G. (1997). *Bæreevnebestemmelse for centralt belastede søjler*. Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. U/ Bind U9709

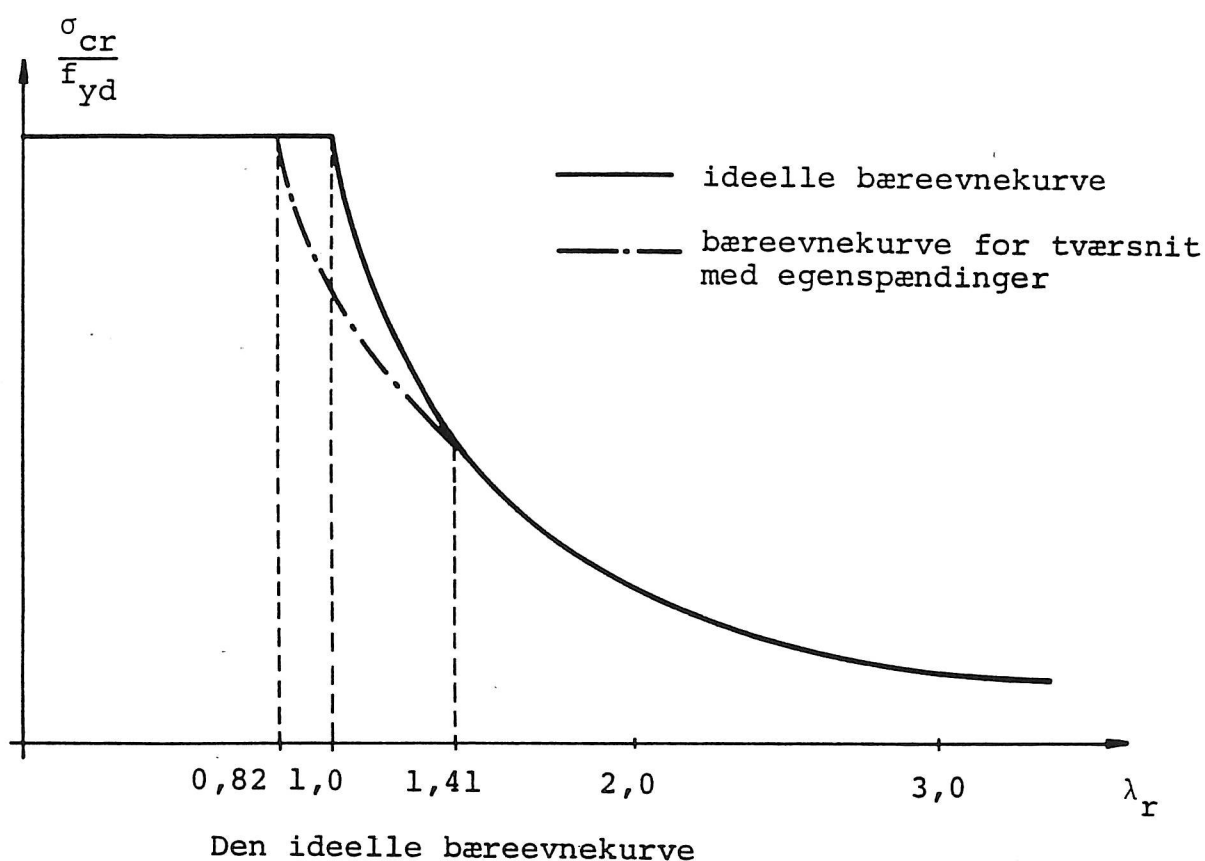
### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at [vbn@aub.aau.dk](mailto:vbn@aub.aau.dk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



## Indholdsfortegnelse

1. Bæreevnebestemmelse for centralt belastede søjler . . . . .	1
1.1 Indledning . . . . .	1
1.2 Søjler udført af ikke lineært elastisk materiale . . . . .	3
1.3 Egenspændingernes betydning for søjlers bæreevne . . . . .	4
1.4 Forhåndskrumningens virkning på søjlers bæreevne . . . . .	8
1.5 Bæreevneformler i DS 412 for stålsøjler [2] . . . . .	11

## Symboler

$A$	tværsnitsareal
$b$	tværsnitsbredde
$e$	maksimal forhåndsudbøjning
$E$	elasticitetskoefficient
$E_d$	regningsmæssig elasticitetskoefficient
$E_{od}$	regningsmæssig begyndelseselasticitetskoefficient
$E_\sigma$	spændingsafhængig elasticitetskoefficient
$f_{yd}$	regningsmæssig flydespænding for stål
$i$	inertiradius
$I$	inertimoment
$k$	kerneradius eller størrelse, der indgår i søjleformel
$k_E$	$= \frac{\pi^2 E}{f_c \lambda^2}$
$k_1$	$= \sqrt{\frac{P}{EI}}$
$l_s$	fri søjlelængde
$L$	søjlelængde
$P$	kraft
$P_{\text{krit.}}$	kritisk søjlelast
$P_E$	Eulerlast, kritisk last for en Eulersøjle
$t$	godstykkelse
$u$	resulterende udbøjning
$u_1$	forhåndsudbøjning
$w$	elastisk udbøjning
$W$	modstandsmoment
$\sigma$	normalspænding
$\sigma_{cr}$	kritisk trykspænding
$\sigma_N$	$= \frac{P}{A}$ normalspænding
$\sigma_e$	egenspændinger

$\sigma_E$	$= \frac{P_E}{A}$	eulerspændingen
$\sigma_p$		proportionalitetsspænding
$\lambda$	$= \frac{L}{i} = \frac{l_e}{i}$	slankhedsforhold
$\lambda_r$	$= \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{yd}}{E_d}}$	relativt slankhedsforhold

## Litteraturhenvisninger

1. H. J. Larsen og Esko Theilgaard: *Bæreevne af tværbelastede træ søjler, forsøg og teori*. Sept. 1977. AUC-rapport nr. 7707.
2. DS 412, Dansk Ingeniørforenings norm for STÅLKONSTRUKTIONER, 2. udg., april 1983.
3. DS 413, Dansk Ingeniørforenings norm for TRÆKONSTRUKTIONER, 4. udg., november 1983.
4. DS 412, rev., DS 412, udkast juli 1997, norm for STÅLKONSTRUKTIONER.

# 1. Bæreevnebestemmelse for centralt belastede søjler

## 1.1 Indledning

For retlinede, centralt belastede søjler, der er udført af et lineærelastisk materiale, er den regningsmæssige bæreevne givet ved

$$P_{\text{krit}} = P_E = \frac{\pi^2 E_d I}{l_s^2} \quad (1.1)$$

hvor  $P_{\text{krit}}$  er den regningsmæssige kritiske last

$E_d$  er den regningsmæssige elasticitetskoefficient

$I$  er søjletværsnittets mindste inertimoment

$l_s$  er den frie søjlelængde

I stedet for (1.1) benyttes ofte i beregningerne et udtryk for den kritiske spænding givet ved

$$\sigma_{cr} = \frac{P_E}{A} = \frac{\pi^2 E_d I}{A l_s^2} = \frac{\pi^2 E_d}{\left(\frac{l_s}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E_d}{\lambda^2} \quad (1.2)$$

hvor inertiradius defineret ved  $i^2 = \frac{I}{A}$  og slankhedsforholdet  $\lambda = \frac{l_s}{i}$  er indført.  $A$  er tværsnitsarealet

$$\frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = \frac{\pi^2 E_d}{\lambda^2 f_{yd}} = \frac{1}{\left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{f_{yd}}{E_d}} \quad (1.3)$$

hvor  $f_{yd}$  er materialets regningsmæssige flydespænding.

Indføres det relative slankhedsforhold defineret ved

$$\lambda_r = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{yd}}{E_d}} \quad (1.4)$$

kan (1.3) skrives som

$$\frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = \frac{1}{\lambda_r^2} \quad (1.5)$$

Dette udtryk afbildes i den såkaldte "ideelle bæreevnekurve", der er er dimensionsløs, se figur 1.1.

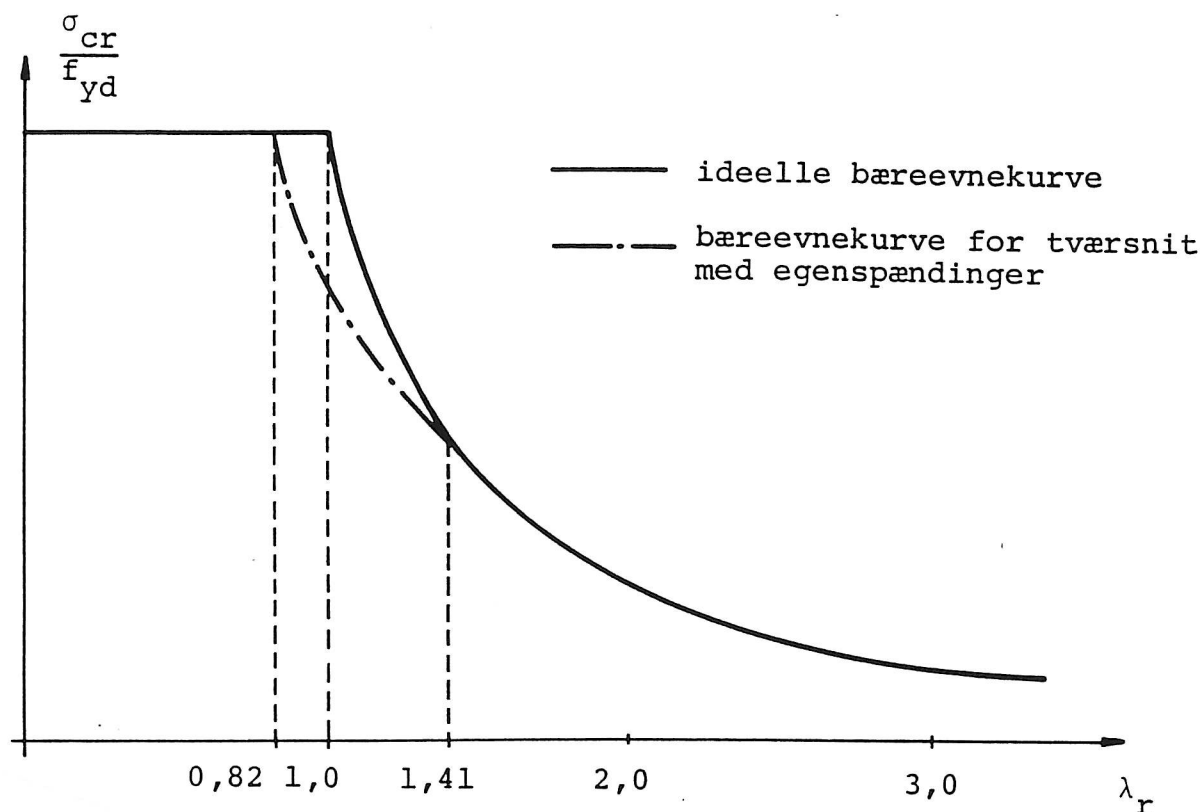


Fig. 1.1. Den ideelle bæreevnekurve.

Sådanne ideelle søjler forekommer ikke i praksis. Ingen af de normalt anvendte materialer er lineærtelastiske indtil brud, men har en arbejdslinie, der er krum enten helt fra begyndelsespunktet eller fra en vis spændingsstørrelse. Hertil kommer, at der kan optræde egenspændinger i søjlematerialet, f.eks. hidrørende fra valsningen af stålprofiler.

Den fuldkommen retlinede søjle findes heller ikke i praksis. Normalt vil der forekomme små forhåndskrumninger i søjlerne, hvilket er ensbetydende med, at søjlerne i virkeligheden er ekscentrisk belastede.

Disse imperfektioner skal der tages hensyn til ved bestemmelsen af bæreevnen for en søjle.

I de udtryk, der er angivet i DS 412 (stålkonstruktioner) og DS 413 (trækonstruktioner) til beregning af søjlers bæreevne, er der taget hensyn til ovennævnte imperfektioner.

I det følgende skal det vises, hvordan der teoretisk er taget hensyn til nævnte imperfektioner.

## 1.2 Søjler udført af ikke lineært elastisk materiale

Arbejdslinien for beton er krum lige fra tøjningen nul til brudtøjningen.

Arbejdslinien for træ og stål vil være så nær en ret linie for spændinger mindre end ca.  $0,7 \times$  flydespændingen, at man i praksis i dette spændingsområde regner materialet lineærelastisk. For større spændinger vil arbejdslinien krumme mere og mere for ved flydning at blive vandret. Ved endnu større tøjninger forekommer der en deformationshærdning, men denne kan ikke udnyttes i søjleberegninger.

I tidligere forekommende udgaver af DS 412 og DS 413 tog man hensyn til den krumme arbejdslinie ved i Engessers 1. søjleformel

$$P_{\text{krit}} = \frac{\pi^2 E_{\sigma} I}{L^2} \quad (1.6)$$

at indføre en værdi for  $E_{\sigma}$  som angivet i fig. 1.2.

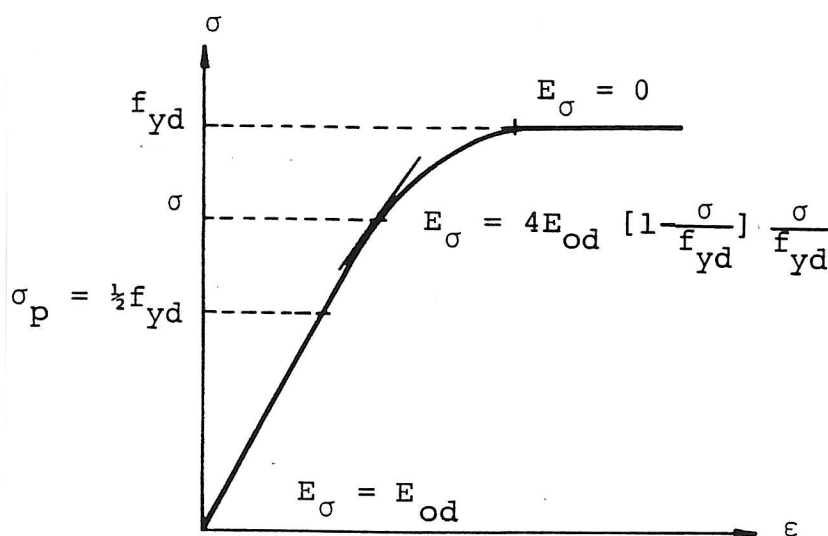


Fig. 1.2. Regningsmæssig arbejdslinie anvendt i tidligere udgaver af DS 412 og DS 413.

Laboratorieforsøg har vist, at denne fremgangsmåde ikke gav tilfredsstillende overensstemmelse mellem teoretisk og eksperimentelt bestemte bæreevner for centralt belastede søjler. Medvirkende til dette er, at dels forhåndskrumninger og dels egenspændinger i søjlematerialet spiller en stor rolle for søjlens bæreevne.

Egenspændingernes betydning (se afsnit 1.3) er det vanskeligt at opstille en lovmæssighed for, således at denne kan indgå i en teoretisk beregning af bæreevnen.

I [1] peges der på, at der bliver bedre overensstemmelse mellem teori og praksis, hvis det antages



- at elasticitetskoefficienten er konstant indtil brud, dvs. at materialet regnes lineær-elastisk
- at der ikke forekommer egenspændinger i materialet
- at alle søjler har en forhåndskrumning, dvs. systemlinien er krum og derfor ikke følger den retlinede tryklinie fra understøtning til understøtning.

I [2] og [3] tages der hensyn til materialets krumme arbejdslinie og egenspændinger ved i den teoretiske beregning at regne med en forhåndskrumning (forhåndsudbøjning), der er passende større end den statistisk bestemte sandsynlige værdi for forhåndskrumningen for søjler udført af henholdsvis stål og træ ( se afsnit 1.4).

### 1.3 Egenspændingernes betydning for søjlers bæreevne

Problemet vedrørende egenspændinger er bedst kendt og tillige bedst undersøgt eksperimentelt for stålkonstruktioner.

Egenspændinger kan f.eks. opstå i forbindelse med afkølingsprocessen for opsvejste emner og for varmtvalsedes stålplader og -profiler, idet der sker en uensartet afkøling evt. med plastiske deformationer til følge.

Egenspændingernes opståen kan f.eks. forklare ved betragtning af afkølingsprocessen for en varmtvalset stålplade.

Afkølingen vil være størst ved pladens overflader, hvor stålet vil forsøge at trække sig sammen, men hindres heri af det indenfor liggende varmere stål.

De yderste områder af stålpladen vil have en lavere temperatur og en større E-modul og dermed større stivhed end de indre varmere områder. Når de indre områder efter valsningen efterhånden også afkøles til omgivelsernes temperatur, vil dette bevirke, at rumfanget af de indre områder vil formindskes, hvilket dog delvis hindres af de ydre områder, der har en lavere temperatur. Resultatet af ovenstående vil blive, at når hele stålpladen er kølet ned til omgivelsernes temperatur, vil der optræde trykspændinger ved pladens overflade og trækspændinger i pladens indre.

For at give en kvalitativ forklaring på egenspændingernes virkning på søjlers bæreevne betragtes en centralt belastet simpelt understøttet søjle med et rektangulært tværsnit med tværsnitsarealet  $A = bt$  og den frie søjlelængde  $l_s$ , se figur 1.3.

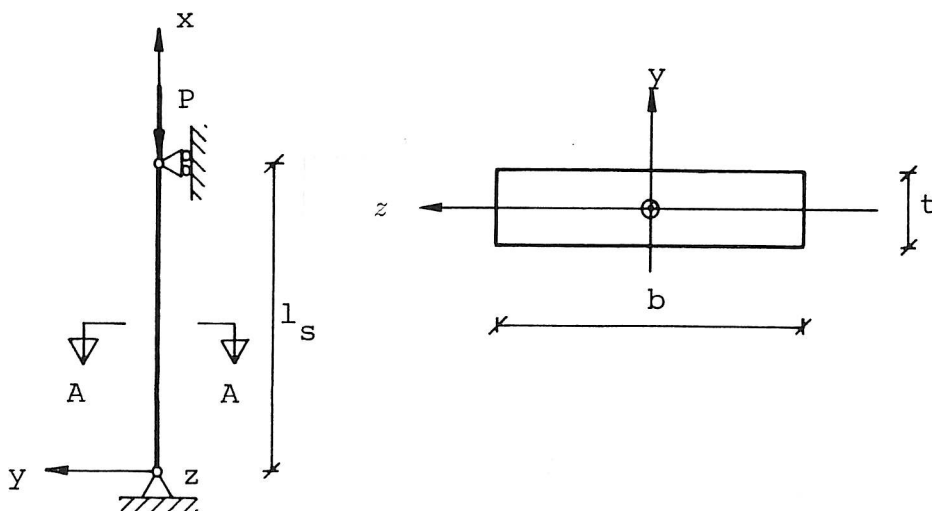


Fig. 1.3. Geometri for søjle udskåret af varmtvalset plade.

Der betragtes en teoretisk idealiseret egenspændingstilstand, som vist i figur 1.4a. Spændingstilstanden er med de viste diskontinuerte spring mellem træk- og trykspændinger ikke realistisk, men kan alligevel bidrage til forståelse af problemet vedr. egenspændinger. Områderne med trykspændinger regnes at have udstrækningen  $\beta b$ , hvor  $0 < \beta < 0,333$ . Nedadrettede pile i figur 1.4a angiver således trykspændinger.

Egenspændingerne over det trykkede areal antages f.eks. at have størrelsen  $\sigma_{ec} = \alpha f_{yd}$ . Egenspændingerne i trækområdet bliver da

$$\sigma_{et} = \frac{2\alpha\beta}{1-2\beta} f_y \quad (1.8)$$

idet egenspændingernes resultant for den ubelastede søjle skal være ækvivalent med normalkraften  $N = P = 0$ .

Det relative slankhedsforhold for søjlen bestemmes af

$$\lambda_r = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{yd}}{E}} = \frac{l_s}{i\pi} \sqrt{\frac{f_{yd}}{E}} \quad (1.9)$$

Den regningsmæssige kritiske last for søjlen uden egenspændinger bestemmes af

$$P_E = \frac{\pi^2 E_d I}{l_s^2} \quad (1.10)$$

og den kritiske spænding bestemmes af

$$\sigma_{cr} = \frac{P_E}{bt} = \frac{1}{\lambda_r^2} f_{yd} \quad (1.11)$$

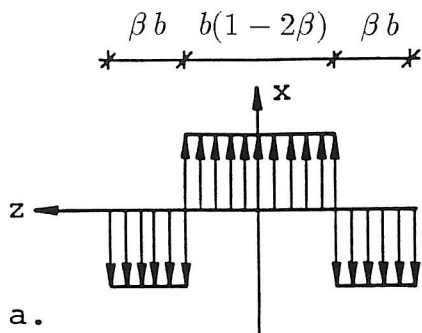
Spændingstilstanden svarende til summen af egenspændingerne vist i figur 1.4a og den kritiske spænding  $\sigma_{cr}$  er vist i figur 1.4b. Den numerisk største trykspænding  $\sigma_{c,\max}$ , der forudsættes mindre end flydespændingen, antager værdien

$$\sigma_{c,\max} = \alpha f_{yd} + \sigma_{cr} = \gamma f_{yd} < f_{yd} \quad (1.12)$$

Trækspændingerne (egenspændingerne) i tværsnittets indre reduceres tilsvarende til

$$\sigma_t = \frac{2\alpha\beta}{1-2\beta} f_{yd} - \sigma_{cr} \quad (1.13)$$

Det karakteristiske for en centralt belastet søjle påvirket af en kraft  $P < P_E$  er, at hvis søjlen påtvinges en udbøjning  $w_y$ , vil søjlen, når den slippes, udføre svingninger omkring den retlinede ligevægtstilstand. På grund af dæmpningen vil søjlen efter få svingninger gå i ro i den retlinede ligevægtstilstand.

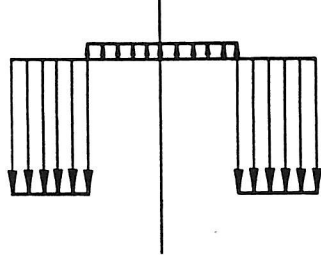


$$\sigma_{et} = \frac{2\alpha\beta}{1-2\beta} f_{yd}$$

$$\sigma_{ec} = \alpha f_{yd}$$

$$0 \leq \beta \leq \frac{1}{3}$$

b.

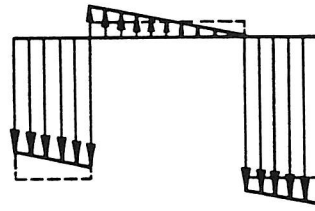


$$\sigma_t = \frac{2\alpha\beta}{1-2\beta} f_{yd} - \sigma_{cr}$$

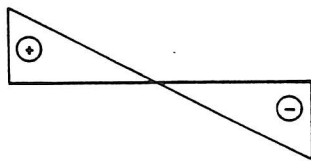
$$\sigma_{c,\max} = \alpha f_{yd} + \sigma_{cr} = \gamma f_{yd} < f_{yd}$$



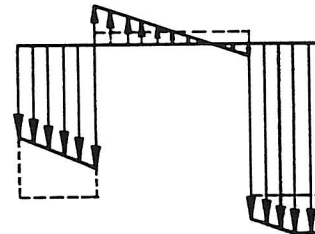
$$\Delta \epsilon$$



$$\sigma = \gamma f_{yd} + \Delta \sigma < f_{yd}$$



$$\Delta \epsilon$$



$$f_{yd}$$

$$\beta_1 b$$

$$\beta b$$

Figur 1.4.

Dette skyldes, at det indre moment, givet ved

$$M_i = -\frac{d^2 w_y}{dx^2} \frac{1}{EI} \quad (1.14)$$

som er ækvivalent med momentet hidrørende fra spændingerne virkende på tværsnittet, er større end det ydre moment  $M_y = Pw_y$ .

Ved at give den retlinede søjle med spændingstilstanden vist i figur 1.4b en lille udbøjning  $w_y$ , vil der opstå en tøjningsændring  $\Delta\epsilon$ , som vil give en numerisk større tøjning i den konkave side med en deraf følgende forøgelse  $\Delta\sigma$  af trykspændingen samt en numerisk mindre tøjning i den konvekse side med en deraf følgende formindskelse  $\Delta\sigma$  af trykspændingen her.

$\Delta\sigma$  antages at have en sådan størrelse, at betingelsen

$$\sigma = \gamma f_{yd} + \Delta\sigma < f_{yd} \quad (1.15)$$

er opfyldt, se figur 1.4c.

Den omtalte påførte udbøjning vil bevirke, at  $M_i$  og  $M_y$  vil vokse proportionalt med  $w_y$ , fordi alle spændinger er i det elastiske område. Når  $P < P_E$  vil  $M_i > M_y$ , og søjlen vil søge tilbage til ligevægten i den retlinede tilstand.

Det antages nu, at egenspændingerne over det trykkede areal i den foran betragtede søjle antager sådanne værdier, at den numerisk største værdi af den resulterende trykspænding hidrørende fra egenspændingen og den kritiske spænding antager en værdi, der ligger meget nær flydespændingen, dvs.

$$\sigma_{\max} = \alpha f_{yd} + \sigma_{cr} = \gamma f_{yd} \sim f_{yd} \quad (1.16)$$

Tænkes denne søjle som den tidligere betragtede søjle påført en lille udbøjning  $w_y$ , vil dette tilsvarende give anledning til en forøgelse  $|\Delta\epsilon|$  af tryktøjningen i den konkave side, hvilket betyder, at den numeriske værdi af den største tryktøjning kan blive større end flydetøjningen, dvs.  $|\epsilon_{\max}| > \epsilon_y$ . Spændingen vokser derfor ikke proportionalt med udbøjningen  $w_y$ , men bliver konstant lig  $f_y$  på en del af strækningen  $\beta_1 b$ , se figur 1.4d.

Dette betyder, at  $M_y$  vokser mere end  $M_i$  og kan nå det stade, hvor  $M_y > M_i$ , hvilket betyder, at søjlen vil bryde sammen for den af (1.10) beregnede værdi af  $P_E$ .

Heraf ses, at egenspændingerne i materialet kan bevirke, at den reelle kritiske søjlekraft er mindre end  $P_E$  beregnet af (1.10).

I figur 1.1 er et eksempel på en bæreevnekurve for en søjle med egenspændinger vist stiplet til sammenligning med den ideelle bæreevnekurve.

Af det foranstående fremgår, at bæreevnekurven er afhængig af egenspændingernes størrelse og fordeling.

Da egenspændingerne i stålprofiler for størstedelens vedkommende hidrører fra valsningen, og da disse spændingers størrelse og fordeling er forskellige for de forskellige tværsnitsformer, vil der skulle benyttes forskellige bæreevneudtryk for de forskellige tværsnitsformer.

I praksis vil det blive for besværligt med forskellige bæreevneudtryk for de forskellige profiler, hvorfor man i stedet for regner med en forhåndskrumning (forhåndsudbøjning), der er passende større end den statistisk bestemte sandsynlige værdi for forhåndskrumningen. Forhåndskrumningens størrelse gøres derfor bla. afhængig af tværsnitsformen. Se mere herom i afsnit 1.5.

#### 1.4 Forhåndskrumningens virkning på søjlers bæreevne

De fleste søjler vil i ubelastet tilstand have en forhåndskrumning af en eller anden form. Nedenfor skal vises, hvorledes en tænkt sinusformet forhåndskrumning

$$u_1 = e \sin \frac{\pi x}{L} \quad (1.17)$$

vil indvirke på en søjles bæreevne.

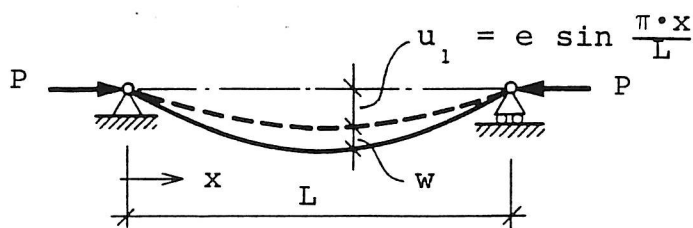


Fig. 1.5. Søjle med forhåndsudbøjningen  $u_1$  og den elastiske udbøjning  $w$ .

$e$  er den maksimalt forekommende forhåndsudbøjning.

$u = u_1 + w$  er den resulterende udbøjning i søjlens deformerede ligevægtstilstand, se fig. 1.5.

Regnes søjlematerialet lineærelastisk til brud haves

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\kappa = -\frac{M}{EI} = -\frac{P}{EI} \left( e \sin \frac{\pi x}{L} + w \right) \quad (1.18)$$

$$\text{Indføres } k_1^2 = \frac{P}{EI} \text{ fås} \quad (1.19)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} + k_1^2 w = -k_1^2 e \sin \frac{\pi x}{L} \quad (1.20)$$

Idet  $w = \frac{k_1^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k_1^2} e \sin \frac{\pi x}{L}$  er en partikulær løsning til den inhomogene differentialligning (1.20), fås den fuldstændige løsning til (1.20) som

$$w = C_1 \sin k_1 x + C_2 \cos k_1 x + \frac{k_1^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k_1^2} e \sin \frac{\pi x}{L}$$

Til bestemmelse af  $C_1$  og  $C_2$  benyttes randbetingelserne ved  $x = 0$  og  $x = L$ .

$$x = 0 \rightarrow w = 0 = C_2 \quad \text{dvs.} \quad C_2 = 0$$

$$x = L \rightarrow w = 0 = C_1 \sin k_1 L + \frac{k_1^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k_1^2} e \cdot 0$$

Denne ligning er opfyldt for

$$C_1 = 0 \quad \text{og} \quad k_1 L = 0 + n\pi \quad \text{hvor} \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

$$\text{For } n = 1 \text{ fås } k_1 L = L \sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi$$

$$P = P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \tag{1.21}$$

Da  $P$  på grund af forhåndsudbøjningen må være mindre end  $P_E$ , er (1.17) ikke en praktisk mulig løsning. Eneste mulige løsning er derfor  $C_1 = 0$ .

Resultatet bliver derfor

$$w = \frac{k_1^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k_1^2} e \sin \pi \frac{x}{L} \tag{1.22}$$

For  $x = \frac{1}{2}L$  fås

$$\begin{aligned} u_{\max} &= u_{1\max} + w_{\max} = e + \frac{k_1^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k_1^2} e \\ u_{\max} &= e \frac{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k_1^2} = e \frac{EI \left(\frac{\pi}{L}\right)^2}{EI \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k_1^2 EI} \\ u_{\max} &= e \frac{P_E}{P_E - P} \end{aligned} \tag{1.23}$$

$$\text{hvor} \quad P_E = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \tag{1.24}$$

Da den maksimale trykspænding skal være mindre end flydespændingen  $f_{yd}$ , fås

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{P}{W} e \frac{P_E}{P_E - P} \leq f_{yd} \quad (1.25)$$

$$\sigma = \sigma_N + \frac{\sigma_E}{\sigma_E - \sigma_N} \frac{P e}{W} \leq f_{yd} \quad (1.26)$$

idet  $\sigma_E = \frac{P_E}{A}$  er indsat.

$$\frac{\sigma_N}{f_{yd}} + \frac{\frac{\sigma_E}{f_{yd}}}{\frac{\sigma_E}{f_{yd}} - \frac{\sigma_N}{f_{yd}}} \frac{\sigma_N e}{\frac{W}{A} f_{yd}} \leq 1 \quad (1.27)$$

Indføres  $\frac{1}{\lambda_r^2} = \frac{\sigma_E}{f_{yd}}$  og kerneradius  $k = \frac{W}{A}$ , fås

$$\frac{\sigma_N}{f_{yd}} + \frac{1}{1 - \lambda_r^2 \frac{\sigma_N}{f_{yd}}} \frac{\sigma_N e}{f_{yd} k} \leq 1 \quad (1.28)$$

Ved multiplikation med  $(1 - \lambda_r^2 \frac{\sigma_N}{f_{yd}})$  på begge sider af ulighedstegnet kan (1.28) omskrives til

$$\lambda_r^2 \left( \frac{\sigma_N}{f_{yd}} \right)^2 - \left( 1 + \lambda_r^2 + \frac{e}{k} \right) \cdot \frac{\sigma_N}{f_{yd}} + 1 \geq 0 \quad (1.29)$$

Løses (1.29) med hensyn til  $\frac{\sigma_N}{f_{yd}}$  og indføres

$$\beta = \frac{1}{2\lambda_r^2} \left[ 1 + \lambda_r^2 + \frac{e}{k} \right] \quad (1.30)$$

fås

$$\frac{\sigma_N}{f_{yd}} \leq \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\lambda_r^2}}$$

og dermed

$$\frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\lambda_r^2}} \quad (1.31)$$

Hermed kan  $\sigma_{cr}$  bestemmes for en given forhåndsudbøjning  $e$ .

### 1.5 Bæreevneformler i DS 412 for stålsøjler [2] og [4]

Som tidligere nævnt vil der selv med omhyggeligt udvalgte materialer i omhyggeligt udførte søjleforsøg forekomme en række imperfektioner, således at forudsætningerne for den klassiske søjleteori, der giver

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l_s^2}$$

ikke er opfyldt.

De mest betydende imperfektioner kan opdeles i 2 grupper, nemlig de materialmæssige og de geometriske imperfektioner.

Som materialmæssige imperfektioner kan nævnes: egenspændinger, elasticitetskoefficientens variation og variation i flydespænding. Som geometrisk imperfektion kan nævnes: forhåndskrumning, ekscentrisk kraftpåførsel og tværsnitsvariationer.

Som tidligere nævnt kan egenspændingernes betydning tages i regning i den klassiske søjleteori ved at indføre en passende reduceret værdi for elasticitetsmodul, for spændinger større end f.eks. 50% af  $f_{yd}$ . Samme bemærkninger gælder for materialer med krum arbejdslinie.

Dette har også været gjort i tidligere udgaver af DS 412 og DS 413.

Reduceret  $E$ -modul giver anledning til større udbøjning  $w$  i beregningerne i afsnit 1.4 vedrørende forhåndskrumninger.

Da det blev konstateret, at man, selv ved omhyggeligt udførte forsøg, fik forsøgsresultater, der gav mindre bæreevner end efter den klassiske teori, selv når der blev regnet med reducerede  $E$ -værdier, blev det besluttet også at drage forhåndskrumningen ind i beregningerne. For at få praktisk anvendelige formler besluttede man at benytte den klassiske teori for lineærelastisk materiale mod til gengæld at regne med, at alle søjler har en passende forhåndskrumning (forhåndsudbøjning). Forhåndskrumningens størrelse blev antaget så stor, at den også dækker virkningen af de øvrige ovenfor nævnte imperfektioner. Størrelsen, som fremgår af normerne, er blevet bestemt ved vurdering af tilgængelige forsøgsresultater således, at der blev god overensstemmelse mellem forsøgsresultater og bæreevneformlernes resultater.

For de helt korte søjler med et slankhedsforhold  $\lambda_r \leq 0,2$  sættes i DS 412 [2]  $\sigma_{cr} = f_{yd}$ . For et HE 200 B stålprofil med  $f_{yd} \simeq 210 \text{ N/mm}^2$ ,  $I_y = 2003 \cdot 10^4 \text{ mm}^4$  og  $A = 7810 \text{ mm}^2$  kan den hertil svarende længde beregnes af

$$\lambda_r = 0,2 = \frac{L}{\sqrt{\frac{2003 \cdot 10^4}{7810} \pi}} \sqrt{\frac{210}{2,1 \cdot 10^5}}$$

hvilket giver  $L = 1006 \text{ mm}$ .

For stålsøjler bliver bæreevneudtrykkene da som angivet i DS 412 (se 1.30 og 1.31)

$$\frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = 1 \quad \text{for } \lambda_r \leq 0,2 \quad (1.32)$$



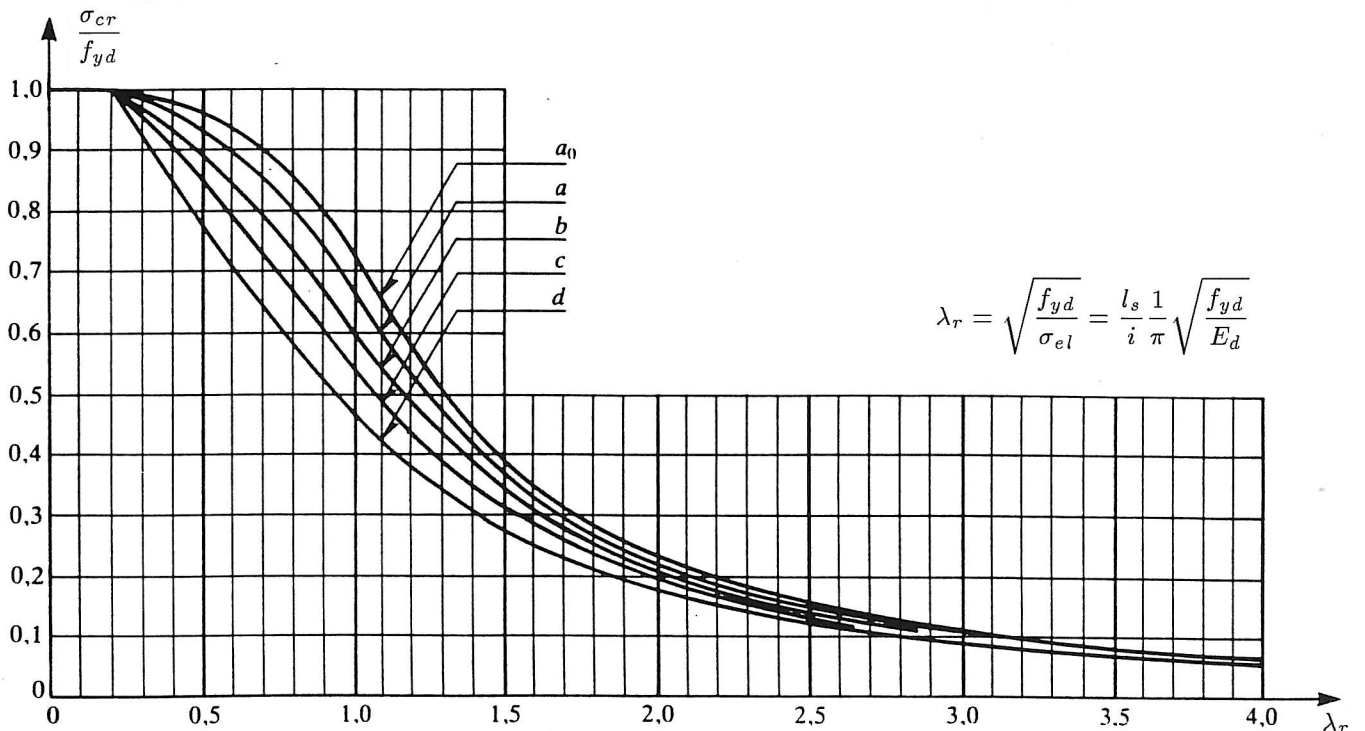
$$\frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\lambda_r^2}} \quad \text{for } \lambda_r > 0,2 \quad (1.33)$$

$$\text{hvor } \beta = \frac{1}{2\lambda_r^2} \left( \lambda_r^2 + 1 + \frac{e}{k} \right) \quad (1.34)$$



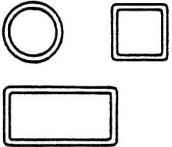
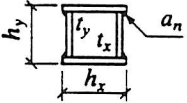
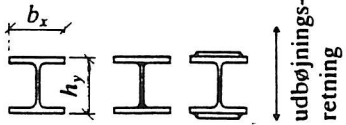
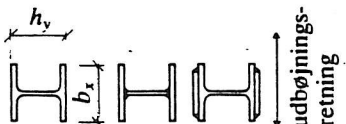
Metoden inkluderer som nævnt ved valg af en passende værdi for  $e$  indirekte virkningen af egenspændinger og geometriske imperfektioner m.m. Forhåndsudbøjningen er sat til  $1/1000$  af den fri søjlelængde. Da egenspændingernes størrelse og fordeling er afhængig af tværsnitsformen, af om stålet er afspændingsglødet eller ej, af hvordan svejsningen er foretaget ved opsvejste profiler, og af hvordan pladedelene i opsvejste profiler er tildannet, angives i DS 412 [2] nedenstående 5 udtryk til bestemmelse af  $\frac{e}{k}$ . Anvendelsesområderne for de 5 tilfælde er angivet i tabel V 6.2.1 i DS 412, se tabel 1 nedenfor. Bæreevneudtrykkene (1.32) og (1.33) er vist i fig. 1.6.

$$\frac{e}{k} = \begin{cases} 0,13 (\lambda_r - 0,2) & \text{for tilfælde } a_0 \\ 0,21 (\lambda_r - 0,2) & \text{for tilfælde } a \\ 0,34 (\lambda_r - 0,2) & \text{for tilfælde } b \\ 0,49 (\lambda_r - 0,2) & \text{for tilfælde } c \\ 0,76 (\lambda_r - 0,2) & \text{for tilfælde } d \end{cases} \quad (1.35)$$

Ved beregning af søjler, hvor forhåndskrumningen forventes større end  $1/1000$  af den fri søjlelængde, kan ovenstående udtryk også benyttes, blot skal der til  $e/k$  adderes  $e_0/k$ , hvor  $e_0$  er den værdi, hvormed den forventede geometriske imperfektion overskrider  $1/1000$  af knæklængden.



Figur 1.6. Kritisk spænding.

profiltype		afspændingsglødet	ikke afspændingsglødet				
massive profiler: 		b	c				
T-, U- og L-profiler: 		b	c				
rørprofiler: 	valset	a (a <sub>0</sub> )	a (a)				
	svejst	a (a <sub>0</sub> )	b (a)				
	koldformet og svejst		c				
kasseprofiler: 	$a_n \leq t/2$ eller $h/t \geq 30$	a (a <sub>0</sub> )	b (a)				
	$a_n > t/2$ og $h/t < 30$	a (a <sub>0</sub> )	c				
			valset			svejst	
			$\frac{h_y}{b_x} > 1,2$	$\frac{h_y}{b_x} \leq 1,2$	svejste lameller	flamme-skårne flangeplader	kant-valsede flangeplader
I- og H-profiler: 		a (a <sub>0</sub> )	a (a)	b (a)	b (a)	b (a) [c]	b (a) [c]
I- og H-profiler: 		b (a)	b (b)	c (b)	a (a)	b (a) [c]	c (b) [d]

Tabel 1: Anvendelsesområder for tilfældene  $a_0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  og  $d$  (tabel V 6.2.1 i DS 412).  
 $a_0$  gælder for materialer uden egenspændinger.

Det foranstående vedr. centralt belastede stålsøjler giver den teoretiske baggrund for udtrykkene for beregning af centralt belastede søjler i den gældende norm for stålkonstruktioner DS 412 [2].

Der er nu udarbejdet et forslag til revision af DS 412 [4], som netop er udsendt til høring i høringsperioden 01.09.97 – 31.11.97.

I den reviderede udgave af DS 412 [4] ser formelsættet til beregning af centralt belastede søjler anderledes ud, som det fremgår af nedenstående formler (1.36) til (1.35).

Ifølge DS 412 [4] kan bæreevnen af en centralt påvirket trykstang eftervises ved udtrykket

$$N_s \leq \chi A f_{yd} \quad (1.36)$$

hvor

$$\chi = 1 / [\phi + (\phi^2 - \lambda^2)^{0,5}] \leq 1 \quad (1.37)$$

$$\phi = 0,5 [1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2] \quad (1.38)$$

$$\lambda = 1,05 (A f_{yd} / N_{cr})^{0,5} \quad (1.39)$$

Her er

$\chi$  en søjlereduktionsfaktor

$A$  tværsnitsareal. For tværsnitsklasse 4 benyttes bruttoarealet

$\alpha$  en imperfektionsfaktor

$\lambda$  det relative slankhedsforhold (benævnes  $\lambda_r$  i gældende DS 412 [2]). Faktoren 1,05 (som ikke forekommer i gældende DS 412 [2]) dækker hensyntagen til slanke søjlers særlige svigtform

$N_{cr}$  den kritiske søjlekraft efter elasticitetsteorien ("eulerkraften"). For tværsnitsklasse 4 skal  $N_{cr}$  bestemmes på basis af bruttoarealet.

Der benyttes en opdeling i fire søjletilfælde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  og  $d$  med nedenstående værdier for imperfektionsfaktoren  $\alpha$

$\alpha = 0,21$  for søjletilfælde  $a$

$\alpha = 0,34$  for søjletilfælde  $b$

$\alpha = 0,49$  for søjletilfælde  $c$

$\alpha = 0,76$  for søjletilfælde  $d$

Nedenfor skal det vises, at selv om formlerne i DS 412 [4] ser andreledes ud end formlerne i den gældende DS 412 [2], så giver de bortset fra enkelte mindre ændringer samme resultat.

Da  $\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A}$  ses af (1.5) og (1.39) at

$$\lambda^2 = 1,05^2 \cdot \lambda_r^2 \quad (1.40)$$

Faktoren 1,05 er nyindført i DS 412 [4] for at tage hensyn til slanke søjlers særlige svigtform.

Indsættes  $\frac{e}{k}$  fra (1.35) i (1.34) og tages der hensyn til nyskabelsen i (1.40) ses af (1.34) og (1.38) at

$$\lambda^2 \beta = \phi \quad (1.41)$$

Indsættes dette i (1.32), fås

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{N_{cr}}{A f_{yd}} = \frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}{(\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2})(\phi - \sqrt{\phi^2 - \lambda^2})} \\ \chi &= \frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = \frac{\phi - \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (1.42)$$

Indsættes (1.41) i (1.42) fås

$$\chi = \frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = \frac{\lambda^2 \beta - \sqrt{\lambda^4 \beta^2 - \lambda^2}}{\lambda^2} = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\lambda^2}} \quad (1.43)$$

hvilket ses at være samme udtryk som (1.33) i den gældende DS 412 [2] bortset fra faktoren  $1,05^2$ .

Ændringerne vedr. beregning af centralt påvirkede trykstænger i DS 412 [4] i forhold til den gældende DS 412 [2] skal kort nævnes:

- $\lambda$  sættes til en 5% højere værdi
- søjletilfældet  $a_0$  er ikke medtaget
- $\frac{\sigma_{cr}}{f_{yd}} = 1$  for  $\lambda_r \leq 0,2$  er ikke medtaget
- der er indført tværsknitklasser
- små ændringer i tabellen, der angiver anvendelsesområder for tilfældende  $a_0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  og  $d$ .

Ønskes kendskab til den fulde ordlyd af normens tekst vedr. beregning af centralt påvirkede trykstænger, kan der henvises til "DS 412 Norm for stålkonstruktioner udkast juli 1997" [4].